Задания с развернутым ответом по механике

1.

Образец возможного решения
Кинетическая энергия брусков после столкновения $E=\dfrac{(m_1+m_2)v^2}{2}$, где v – скорость системы после удара, определяемая из закона сохранения импульса на горизонтальном участке: $m_1v_1=(m_1+m_2)v$. Исключая из системы уравнений скорость v, получим: $$E=\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}=\frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot\frac{m_1v_1^2}{2}.$$ Кинетическая энергия первого бруска перед столкновением определяется из закона сохранения полной энергии при скольжении по наклонной плоскости: $\dfrac{m_1v_1^2}{2}=m_1gh$, что дает выражение $$E=\frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot\frac{m_1v_1^2}{2}=\frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot m_1gh$$ Подставляя значения масс и высоты из условия, получим численное значение $E_к$ = 2,5 Дж.

2.

Образец возможного решения
Скорость первого бруска на горизонтальной поверхности до столкновения определяется с помощью закона сохранения полной механической энергии: $\dfrac{m_1v_1^2}{2}=m_1gh$. Импульс системы из двух брусков на горизонтальной поверхности сохраняется: $m_1v_1=(m_1+m_2)v$, v — скорость брусков после столкновения. Следовательно, изменение кинетической энергии первого бруска: $\Delta E_1=\dfrac{m_1}{2}\left(v^2-v_1^2\right)=-\dfrac{m_2(2m_1+m_2)m_1v_1^2}{(m_1+m_2)^2}$. Подставляя значение энергии первого бруска, получаем $\Delta E_1=-\dfrac{m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}(2m_1+m_2)gh$ и числовой ответ: $\Delta E\approx-2{,}44$ Дж.

3.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Из закона сохранения механической энергии находится скорость шара в нижней точке до попадания пули: $u=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$. Из закона сохранения импульса определяется скорость шара в нижней точке после попадания и вылета пули: $$Mu-mv_1=Mu'-mv_2 \Rightarrow u'=u+\frac{m}{M}(v_2-v_1).$$ Закон сохранения механической энергии для шара после попадания и вылета пули: $\frac{Mu'^2}{2}=Mgl(1-\cos\beta)$. Следовательно, угол отклонения определяется равенством: $$\cos\beta=1-\frac{u'^2}{2gl}=1-\frac{1}{2gl}\left\{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}+\frac{m}{M}(v_2-v_1)\right\}^2=\frac{7}{9},$$ или $\beta=\arccos(7/9)\approx 39°$.

4.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Из закона сохранения механической энергии можно найти скорость шара после попадания и вылета из него пули: $$u'=\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}.$$ Из закона сохранения импульса определяется скорость шара в нижней точке до попадания пули: $$Mu-mv_1=Mu'-mv_2 \Rightarrow u=u'+\frac{m}{M}(v_1-v_2).$$ Закон сохранения механической энергии для шара до попадания пули: $\frac{Mu^2}{2}=Mgl(1-\cos\alpha)$. Из этих уравнений определяется угол отклонения: $$\cos\alpha=1-\frac{u^2}{2gl}=1-\frac{1}{2gl}\left\{\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}+\frac{m}{M}(v_1-v_2)\right\}^2=0{,}5,$$ или $\alpha=\arccos(0{,}5)=60°$.

5.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Из закона сохранения импульса $Mu-mv_1=Mu'-mv_2$ можно определить изменение скорости пули: $\Delta v=v_2-v_1=\frac{M}{m}(u'-u)$.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Из закона сохранения энергии находится скорость шара в нижней точке до попадания пули: $u=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$. Из закона сохранения энергии находится скорость шара в нижней точке после попадания и вылета из него пули: $u'=\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}$. Следовательно, модуль изменения скорости пули $$\lvert\Delta v\rvert=\left\lvert\frac{M}{m}\left\{\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}-\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\right\}\right\rvert=100\ \text{м/с}.$$

6.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Период гармонических колебаний равен $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (1). На ареометр, смещенный от положения равновесия на расстояние x, действует возвращающая сила $F_X=-\rho sSx$, где $\rho gS=k=\text{const}$ (2) — коэффициент возвращающей силы. Из уравнений (1) и (2) получаем: $T=\frac{2}{r}\sqrt{\frac{\pi m}{\rho g}}\approx 4$ с.

7.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Частота гармонических колебаний равна $\nu=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (1). На ареометр, смещенный от положения равновесия на расстояние x, действует возвращающая сила $F_X=-\rho gSx$, где $\rho gS=k=\text{const}$ (2) — коэффициент возвращающей силы. Из уравнений (1) и (2) получаем: $\rho=\frac{4\pi^2 m\nu^2}{gS}\approx 790$ кг/м^3.

8.

Образец возможного решения
При выведении цилиндра из положения равновесия возникает возвращающая сила $F_X=-(\rho_2-\rho_1)gSx$.

Образец возможного решения
Поскольку эта сила пропорциональна смещению x, период малых собственных колебаний можно найти по формуле: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, где $k = (\rho_2 - \rho_1)gS$. Тогда $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{(\rho_2 - \rho_1)gS}} \Rightarrow m = \dfrac{T^2(\rho_2 - \rho_1)gS}{4\pi^2} = 0{,}2$ кг.

9.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Закон сохранения импульса для системы «аппарат + газ, выброшенный за интервал времени Δt»: $0 = M\cdot\Delta\upsilon - \dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\upsilon\cdot\Delta t$; формула для ускорения $a = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$; формула для скорости движения аппарата: $\upsilon_1 = at$. Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде: $\upsilon_1 = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\dfrac{\upsilon t}{M}$ Ответ: 12 м/с.

10.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Закон сохранения импульса для системы «аппарат + газ, выброшенный за интервал времени Δt»: $0 = M\cdot\Delta V - \dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\upsilon\cdot\Delta t$; формула для ускорения аппарата: $a = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$; формула для скорости движения аппарата: $V = \sqrt{2as}$. Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде: $V = \sqrt{\dfrac{2S\upsilon\cdot\dfrac{\Delta m}{\Delta t}}{M}}$. Ответ: $V = 12$ м/с.

11.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
По закону сохранения импульса для системы «аппарат + газ, выброшенный за интервал времени Δt»: $0 = M\cdot\Delta\upsilon_1 - \dfrac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\upsilon\cdot\Delta t$, где υ_1 — скорость аппарата через время t;

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
формулы для ускорения аппарата: $a=\frac{\Delta v_1}{\Delta t}$ и $a=\frac{2S}{t^2}$. Выполнив математические преобразования, получим ответ в общем виде: $M=\frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot\frac{vt^2}{2S}$. Ответ: M = 500 кг.

12.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Согласно закону сохранения энергии, высоту подъема снаряда и второго осколка можно рассчитать по формулам: $$mgh=\frac{mv_0^2}{2}\Rightarrow h=\frac{v_0^2}{2g},\ m_2gh_{max}=m_2gh+\frac{m_2v_2^2}{2}.$$ Из закона сохранения энергии определяем начальную скорость первого осколка: $$\frac{m_1(2v_0)^2}{2}=m_1gh+\frac{m_1v_1^2}{2}\Rightarrow v_1=\sqrt{4v_0^2-2gh}=\sqrt{4v_0^2-v_0^2}=\sqrt{3}v_0.$$ Согласно закону сохранения импульса, $m_1v_1=m_2v_2\Rightarrow v_2=\frac{m_1v_1}{m_2}=v_0\sqrt{3}$, где v_2 — начальная скорость второго осколка после разрыва снаряда. Окончательно имеем: $$h_{max}=\frac{2v_0^2}{g}=8000\text{ м. Ответ: } h_{max}=8000\text{ м.}$$

13.

Образец возможного решения (рисунок не обязателен)
Согласно условию задачи, снаряд и оба осколка двигались вдоль одной вертикали. Согласно закону сохранения механической энергии, если оба осколка имели одинаковую скорость при падении на землю, то их скорость была одинакова и в любой точке их общего участка траекторий, в том числе и в точке взрыва снаряда; второй осколок, возвратившись в точку взрыва, имел такую же по модулю скорость, какая была у него в момент взрыва. Следовательно, при взрыве неподвижно зависшего снаряда оба осколка приобрели одинаковые по модулю, но противоположные по направлению скорости. Согласно закону сохранения импульса, это означает, что массы осколков равны. Ответ: $\frac{m_2}{m_1}=1$.

14.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Из закона сохранения энергии определена высота подъема снаряда: $mgh = \frac{mv_0^2}{2}$, $h = \frac{v_0^2}{2g}$. 2) Из закона сохранения энергии определена начальная скорость первого осколка: $\frac{m_1(2v_0)^2}{2} = m_1gh + \frac{m_1v_1^2}{2}$, $v_1 = \sqrt{4v_0^2 - 2gh} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2} = \sqrt{3}v_0$. 3) Найдена начальная скорость второго осколка после разрыва снаряда из закона сохранения импульса: $m_1v_1 = m_2 v_2$, $v_2 = \frac{v_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$. 4) Найдена скорость второго осколка при падении на Землю из закона сохранения энергии: $\frac{m_2v^2}{2} = m_2gh + \frac{m_2v_2^2}{2}$, $v = \frac{\sqrt{7}}{2}v_0 = 13{,}2$ м/с.

15.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Из закона сохранения энергии определена высота подъема снаряда: $mgh = \frac{mv_0^2}{2}$, $h = \frac{v_0^2}{2g}$. 2) Из закона сохранения энергии определена начальная скорость первого осколка: $\frac{m_1(2v_0)^2}{2} = m_1gh + \frac{m_1v_1^2}{2}$, $v_1 = \sqrt{4v_0^2 - 2gh} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2} = v_0\sqrt{3}$. 3) Найдена начальная скорость второго осколка после разрыва снаряда из закона сохранения импульса: $m_1v_1 = m_2v_2$, $v_2 = 2v_1 = 2v_0\sqrt{3}$. 4) Найдена высота подъема большего осколка из закона сохранения энергии: $m_2gh_{max} = m_2gh + \frac{m_2v_2^2}{2}$, $h_{max} = \frac{13v_0^2}{2g}$, $h_{max} = 65$ м.

16.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Отмечено, что ускорение спутника, движущегося со скоростью υ по окружности радиуса R, равно g: $g = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$; 2) Записано уравнение для периода: $T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$; 3) Записано уравнение для отношения периодов, и получен ответ: $\frac{T_М}{T_З} = \frac{\sqrt{\left(\frac{R_М}{R_З}\right)^3}}{\sqrt{\frac{M_М}{M_З}}} = \sqrt{1{,}25} \approx 1{,}1.$

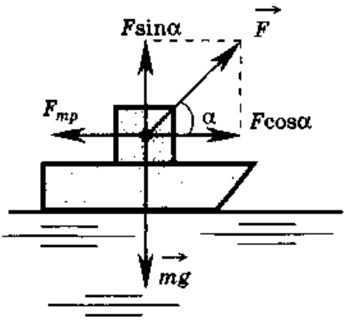
17.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)

Элементы ответа:

1) Правильно представлены на рисунке векторы сил, действующих на сани, и записано уравнение для нахождения ускорения:

$$a = \frac{F\cos\alpha - F_{тр}}{m}.$$



2) Записаны уравнения для нахождения силы трения:

$$F_{тр} = \mu N,\ N = mg - F\sin\alpha,\ F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha).$$

3) Вычислены значения ускорения и пройденного пути:

$$a = \frac{100Н\cdot\left(\frac{1}{2} + 0{,}12\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 0{,}12\cdot 30кг\cdot 10м/с^2}{30кг} = 0{,}8\,м/с^2,$$

$$S = \frac{at^2}{2} = \frac{0{,}8\cdot 25}{2}м = 10\,м.$$

18.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) В инерциальной системе отсчета ускорение грузика m_1 определяется вторым законом Ньютона: $m_1 a_1 = T - m_1 g$. 2) Этот грузик движется по окружности радиуса l со скоростью $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$, и его центростремительное ускорение $a_1 = \frac{\upsilon_1^2}{l} = \frac{(2\upsilon)^2}{l} = \frac{4\upsilon^2}{l}$. 3) Получен ответ в общем виде: $T = m\left(g + \frac{4\upsilon^2}{l}\right)$ и числовое значение: $T = 6{,}5$ Н.

19.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Сделано утверждение, что максимальная сила, действующая на систему из двух автомобилей в направлении их движения, составляет $\mu Mg\cos\alpha$, где $\cos\alpha = \sqrt{0{,}99} \approx 1$; 2) Записано уравнение для равнодействующей сил, действующих на систему из двух автомобилей, в проекции на направление их движения: $F = \mu Mg\cos\alpha - Mg\sin\alpha - mg\sin\alpha$; 3) Записан второй закон Ньютона $a = \frac{F}{M+m} = g\left(\frac{M}{M+m}\cdot\mu\cos\alpha - \sin\alpha\right)$. 4) Получено численное значение для ускорения: $a = 0{,}6$ м/с^2.

20.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Для момента начала движения ($t_1 = 2$ с) записано соотношение между приложенной силой и максимальной силой трения покоя: $b \cdot t_1 = \mu mg$. 2) Для момента времени $t > t_1$, соответствующего движению, записано уравнение II-го закона Ньютона: $ma = bt - \mu mg$.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
3) При совместном решении этих двух уравнений получено выражение для коэффициента трения: $\mu = \frac{at_1}{g(t-t_1)}$.   4) С использованием данных графика (t, a) получен числовой ответ: $\mu = 0{,}2$.

21.

Содержание верного решения задачи (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысл)
Элементы ответа: 1) Записаны условия равновесия сил для случаев равномерного движения аэростата: $\vec{F}_A + m\vec{g} + \vec{F} = 0$. $$F_A - mg + F = 0;\ F_A - (m - \Delta m)g - F = 0.$$ 2) Приведены рисунки с правильным указанием направлений векторов сил.   3) Решена система уравнений и вычислено значение массы сброшенного груза: $2F_A = 2mg - \Delta mg,\ \Delta m = 2\left(m - \frac{F_A}{g}\right)$, $\Delta m = 200$ кг.

22.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Записаны законы сохранения   импульса: $m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$ или $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$ механической энергии системы двух тел: $$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}.$$ 2) Выполнены математические преобразования, получен ответ в общем виде: $v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$ и правильный числовой ответ: $v_1' =$ 1 м/с.

23.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Записаны: уравнение движения шарика в нижней точке петли: $$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a} \text{ или } N - mg = ma;$$

Содержание верного решения задачи
выражение для центростремительного ускорения: $a=\frac{\upsilon^2}{R}$; закон сохранения механической энергии: $mgh=\frac{m\upsilon^2}{2}$. 2) Выполнены математические преобразования, получен ответ в общем виде: $N = 9mg$ и правильный числовой ответ: $N = 9$ Н.

24.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Записаны законы сохранения: импульса: $m_1\vec{\upsilon}_1=m_1\vec{\upsilon}_1{}'+m_2\vec{\upsilon}_2{}'$ или $m_1\upsilon_1=-m_1\upsilon_1{}'+m_2\upsilon_2{}'$; механической энергии: $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}=\frac{m_1\upsilon_1'^2}{2}+\frac{m_2\upsilon_2'^2}{2}$ 2) Выполнены математические преобразования, получен ответ в общем виде: $\upsilon_2{}'=\frac{2\upsilon_1}{1+\frac{m_2}{m_1}}$ и правильный числовой ответ: $\upsilon_2{}'=3$ м/с.

25.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Записаны законы сохранения импульса: $m_1\vec{\upsilon}=(m_1+m_2)\upsilon_2$ или $m_1\upsilon=(m_1+m_2)\upsilon_2$; механической энергии: (до удара) $\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}=m_1gl$; (после удара) $\frac{(m_1+m_2)u^2}{2}=(m_1+m_2)gh$. 2) Выполнены математические преобразования, получен ответ в общем виде: $h=\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 l$ и правильный числовой ответ: $h = 0{,}05$ м.

26.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Записаны: закон сохранения импульса: $m_1\vec{\upsilon}=(m_1+m_2)\upsilon_2$ или $m_1\upsilon=(m_1+m_2)\upsilon_2$;

Содержание верного решения задачи
закон сохранения механической энергии: $m_1gh_1 = \frac{m_1v_1^2}{2}$; выражение для работы силы сопротивления через изменение кинетической энергии: $Fh_2 = \frac{(m_1+m_2)v_2^2}{2}$. 2) Выполнены математические преобразования, получен ответ в общем виде: $F = \frac{m_1^2gh_1}{(m_1+m_2)h_2}$ и правильный числовой ответ: $F = 168\,750$ Н ≈ 170 кН.

27.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Выбрана система отсчета, обосновано использование закона сохранения импульса и он правильно записан в проекциях на одну ось системы координат. $m\vec{v} + M\vec{u} = 0$, OX: $mv - Mu = 0$, M, u — масса и скорость тележки относительно Земли, m, v — масса и скорость человека относительно Земли. 2) Скорость человека относительно тележки равна $(v + u)$, и за время t он преодолеет расстояние $L = 5$ м. $L = (v + u)t$. 3) Искомое расстояние $x = ut$. 4) Совместное решение системы уравнений (1)—(3) дает $x = \frac{Lm}{m+M}$, $x = 2$ м.

28.

Содержание верного решения задачи
Элементы ответа: 1) Найдено время подъема тела после удара о Землю: $\tau_2 = \tau - \sqrt{\frac{2H}{g}}$. 2) Найдена скорость движения сразу после удара: $v_2 = g\tau_2$. 3) Получено выражение для доли, потерянной при ударе энергии: $\eta = 1 - \frac{mv^2}{2\cdot mgH} = 1 - \frac{g\tau_2^2}{2H}$. 4) Получено численное значение: $\eta = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

29.

Содержание верного решения задачи

Элементы ответа:

1) В момент пережигания нити на стержень с грузами вниз действуют силы тяжести m_1g, m_2g и сила упрогости пружины $F = k(l_0 - l)$.

2) Движение системы в инерциальной системе отсчета под действием приложенных сил происходит с ускорением a, определяемым вторым законом Ньютона: $(m_1 + m_2)\,a = (m_1 + m_2)g + F$,

откуда $a = g + k\dfrac{l_0 - l}{m_1 + m_2}$.

3) Движение груза m_1 с этим ускорением происходит под действием приложенных к нему сил — тяжести m_1g и реакции стержня T — и подчиняется второму закону Ньютона: $m_1a = m_1g + T$.

Из этого уравнения определяется сила реакции стержня

$$T = m_1(a - g) = \frac{m_1}{m_1 + m_2}k(l_0 - l).$$

4) Подставляя значения масс, жесткости и удлинения пружины, получим:

$$T = \frac{0{,}1}{0{,}1 + 0{,}2}30(0{,}2 - 0{,}1) = 1(\text{Н}).$$

30.

Содержание верного решения задачи

Элементы ответа:

1) В момент пережигания нити на стержень с грузами действуют силы тяжести m_1g, m_2g и пружина с силой $F = k(l_0 - l)$.

2) Движение системы в инерциальной системе отсчета под действием приложенных сил происходит с ускорением a, определяемым вторым законом Ньютона: $(m_1 + m_2)\,a = (m_1 + m_2)g + F$,

откуда $a = g + k\dfrac{l_0 - l}{m_1 + m_2}$.

3) Движение груза m_2 с этим ускорением происходит под действием приложенных к нему сил — тяжести m_2g и реакции стержня T — и подчиняется второму закону Ньютона: $m_2a = m_2g + T$.

Из этого уравнения определяется сила реакции стержня:

$$T = m_2(q - g) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = k(b - l).$$

4) Подставляя значения масс, жесткости и удлинения пружины, получим:

$$T = \frac{0{,}2}{0{,}1 + 0{,}2}30(0{,}2 - 0{,}1) = 2\,(\text{Н}).$$